

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазинова Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

8-дәріс. Байланыс тізбектері

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға байланысқан электр тізбектері және олардың негізгі ұғымдары туралы түсінік беру; магниттік байланыс және индуктивті байланысқан элементтердің тізбей және параллель жалғануын зерттеу; сондай-ақ индуктивті-байланысқан контурлардағы трансформаторлық байланыс принциптерін түсіндіру және есептеуде қолдануды үйрету.

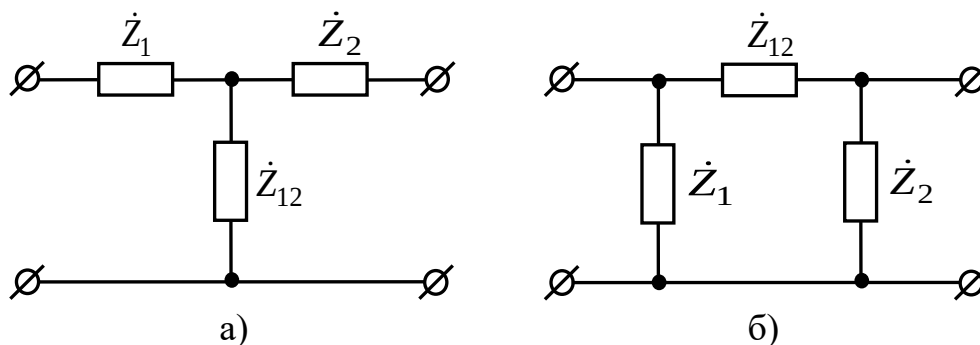
Жоспар

1. Байланысқан тізбектер. Негізгі ұғымдар
2. Магниттік байланыс. Индуктивті-байланысқан элементтердің тізбектей және параллель жалғануы
3. Индуктивті-байланысқан контурлар: трансформаторлы байланыс

1. Байланысқан тізбектер. Негізгі ұғымдар

Егер бір тізбектің параметрлері мен физикалық шамаларын өзгерту барысында басқа бір тізбектің физикалық шамалары да өзгереді болса, сонда **электр тізбектерді байланысқан** деп атайды.

Байланысқан тізбектер **ішкі** және **сыртқы байланысымен** болады (1-сурет).



1-сурет. Ішкі (а) және сыртқы (б) байланысы бар электр тізбектері

1,а-суретінде көрсетілген екі байланысқан контурды қарастырамыз, осында $\dot{Z}_1$ - бірінші контурдың жалпы комплекстік кедергісі, $\dot{Z}_2$ - екінші контурдың жалпы комплекстік кедергісі, $\dot{Z}_{12}$ - байланыстың жалпы комплекстік кедергісі. Бірінші контур - k_1 , ал екіншісі - k_2 байланыс дәрежелерімен сипатталсын делік, сонда **байланыс коэффициенті**

$$k = \sqrt{k_1 k_2}. \quad (1)$$

Тізбектердегі контурларды бір-бірімен байланыстыратын элементтердің түрлеріне қарай келесі **байланыс түрлері** болады:

- ✓ магниттік (индуктивті элемент);
- ✓ электрлік (сыйымдылықты элемент);
- ✓ аралас (индуктивті және сыйымдылықты элементтер);

✓ гальваникалық (резистивті элемент).

Магниттік байланыс. Екі не одан да көп индуктивті катушка бір-бірімен байланысқан болады, егер катушкалардың біреуінде токтың өзгеруі қалған катушкаларда ЭҚК-тің пайда болуына алып келсе.

Мысалы, екі байланысқан катушка үшін

$$u_2 = -e_2 = M \frac{di_1}{dt}, \quad (2)$$

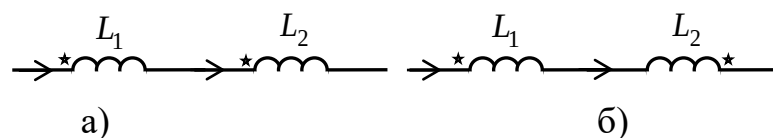
i_1 - бірінші индуктивті катушканың тоғы, u_2 - екінші индуктивті катушканың кернеуі, e_2 - екінші индуктивті катушканың ЭҚК-і, M - пропорционалдық коэффициенті.

Қандай да бір индуктивті катушкадағы ЭҚК құбылысын жетелеу басқа бір индуктивті катушкадағы токтың өзгерісі арқылы алуды **өзара индукция** деп атаймыз, ал алынған ЭҚК –**өзара индукциясының ЭҚК дейміз**. Есептеу кезінде көбінесе осы ЭҚК орнына кернеу қолданылады.

Бір индуктивті катушка арқылы өтетін ток пен басқа индуктивті катушканың орамдарымен қосылған магнит ағынның арасындағы пропорционалдық коэффициенті M **өзара индуктивтілік** деп аталады. Өлшем бірлігі [Гн]. Өзара индуктивтіліктің мәні магнит ағынының бағытына байланысты болады. Магнит ағынының бағыты өз кезегінде катушка орамының бағытына тәуелді, сондықтан, схемаларда орамның басы мен соңын белгілеген абзал ($\bullet$, Δ , $\star$).

Егер екі индуктивті катушканың орамдарындағы (бірінші және екінші) ток белгіленген қыстырғыштардың бағытымен бағыттас болса, онда мұндай катушкалардың қосылуы **келісілген** деп аталады, осы кезде өздік индукцияның және өзара индукцияның магнит ағындары қосылады, ал $M > 0$.

Егер екі индуктивті катушканың орамдарындағы (бірінші және екінші) ток бір-біріне қарсы бағытталса, онда мұндай катушкалардың қосылуы **қарсы** деп аталады, оның үстіне $M < 0$.



2 –сурет. Индуктивті катушкалардың қосылуы

1-суретінде бірінші контурдың толық индуктивтілігі - L_1 , ал екінші контурдың - L_2 . Сонда бірінші контурдың екінші контурмен k_1 байланыс дәрежесі бос жүріс кезіндегі екінші контурдың индуктивтілігіндегі кернеудің бірінші контурдың индуктивтілігіндегі толық кернеуіне қатынасы болып табылады

$$k_1 = \frac{(U_{L2})_{БЖ}}{U_{L1}}. \quad (3)$$

Екінші контурдың байланыс дәрежесі

$$k_1 = \frac{(U_{L1})_{БЖ}}{U_{L2}}. \quad (4)$$

Магнит байланысы кезіндегі $k = \sqrt{k_1 k_2}$ коэффициент байланысы бір катушкадағы магнит ағынының қай бөлігі басқа катушканың орамымен байланысқанын көрсетіп береді. Шеткі жағдайларды қарастырайық:

✓ Егер $k=1$ болса, онда *байланыс толық* деп аталады, бұл жағдайда бір катушканың магнит ағыны басқа катушканың орамына байланады.

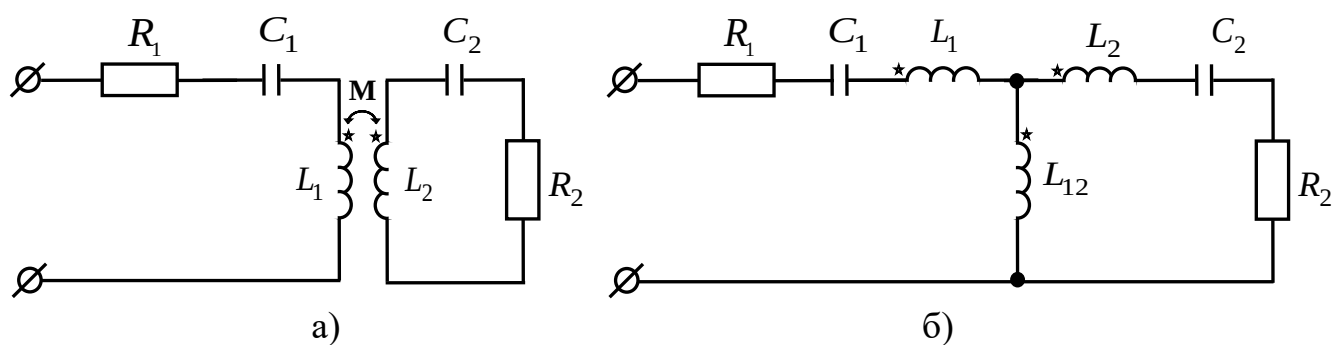
✓ Егер $k=0$ болса, онда индуктивті катушкалардың арасында *байланыс болмайды*, бұл жағдайда бір катушканың магнит ағыны басқа катушканың орамымен қиылыспайды.

Сонымен қатар «орам шашырауы» деген ұғым бар, ол келесі шамамен анықталады

$$\sigma = 1 - k^2. \quad (5)$$

Толық байланыс кезіндегі орамның шашырауы $\sigma = 0$, ал байланыс жоқ кезде - $\sigma = 1$.

Магнитті байланыс **индуктивті** (трансформаторлы) немесе **кондуктивті** (автотрансформаторлы) болуы мүмкін (3- сурет).



3- сурет. Магнитті байланыс: индуктивті (трансформаторлы) (а) және кондуктивті (автотрансформаторлы) (б)

Индуктивті магнитті байланыс үшін бірінші және екінші контурдың байланыс дәрежелері

$$k_1 = \frac{M}{L_1}; k_2 = \frac{M}{L_2}. \quad (6)$$

Сонда байланыс коэффициенті

$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (7)$$

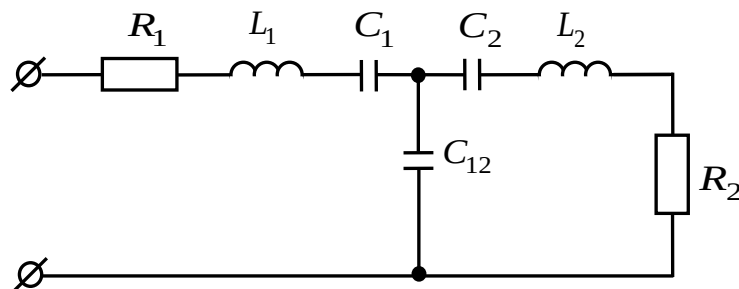
Кондуктивті магнитті байланыс үшін бірінші және екінші контурдың байланыс дәрежелері

$$k_1 = \frac{L_{12}}{L_1 + L_{12}}; k_2 = \frac{L_{12}}{L_2 + L_{12}}. \quad (8)$$

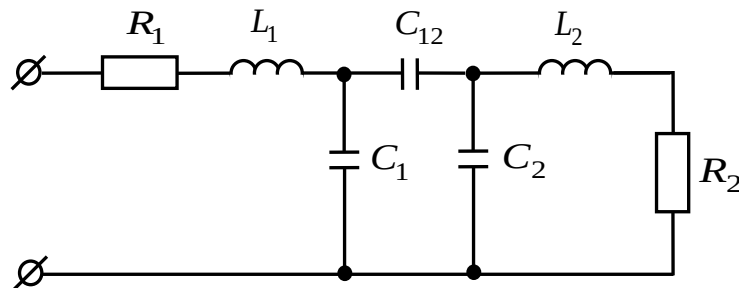
Сонда байланыс коэффициенті

$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \frac{L_{12}}{\sqrt{(L_1 + L_{12})(L_2 + L_{12})}}. \quad (9)$$

Электрлік байланыс. Берілген байланыс түрі сыйымдылықты элемент арқылы жүзеге асуы мүмкін және тізбек екі түрлі байланыста болуы да ықтимал: *сыйымдылықты ішкі* (4-сурет) және *сыйымдылықты сыртқы* (5 - сурет).



4 - сурет. Электрлік байланыс: сыйымдылықты ішкі



5 - сурет. Электрлік байланыс: сыйымдылықты сыртқы

Сыйымдылықты ішкі байланыс үшін бірінші және екінші контурдың байланыс дәрежесі

$$k_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_{12}}; k_2 = \frac{C_2}{C_2 + C_{12}}. \quad (10)$$

Сонда байланыс коэффициенті

$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{\sqrt{(C_1 + C_{12})(C_2 + C_{12})}}. \quad (11)$$

Егер

$$C_{11} = \frac{C_1 C_{12}}{C_1 + C_{12}}, \quad C_{22} = \frac{C_2 C_{12}}{C_2 + C_{12}}, \quad (12)$$

теңдеулермен алмастырсақ, сонда

$$k = \frac{\sqrt{C_{11} C_{22}}}{C_{12}}. \quad (13)$$

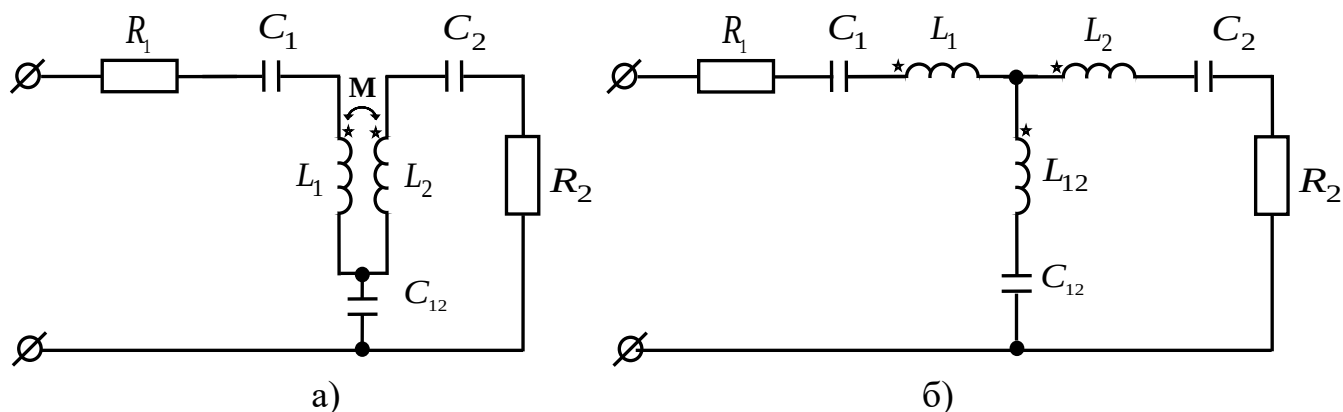
Сыйымдылықты сыртқы байланыс үшін бірінші және екінші контурдың байланыс дәрежелері

$$k_1 = \frac{C_{12}}{C_1 + C_{12}}; k_2 = \frac{C_{12}}{C_2 + C_{12}}. \quad (14)$$

Сонда байланыс коэффициенті

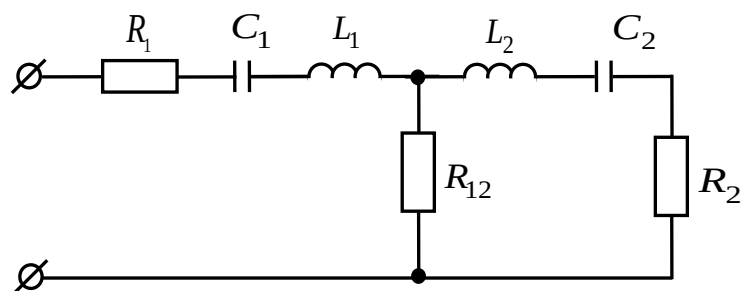
$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \frac{C_{12}}{\sqrt{(C_1 + C_{12})(C_2 + C_{12})}}. \quad (15)$$

Аралас байланыс. Бұл байланыс түрі сыйымдылықты және индуктивті элементтер арқылы жүзеге асады және тізбек екі түрлі байланыста болуы мүмкін: *индуктивті-сыйымдылықты* және *кондуктивті-сыйымдылықты* (6-сурет).



6 –сурет. Аралас байланыс: индуктивті-сыйымдылықты (а) және кондуктивті-сыйымдылықты (б)

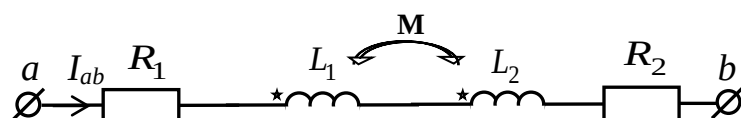
Гальваникалық байланыс. Бұл байланыс түрі резистивті элемент арқылы жүзеге асады (7-сурет).



7-сурет. Гальваникалық байланыс

2. Магнитті байланыс. Индуктивті-байланысқан элементтердің тізбектей және параллель жалғануы

Бір-бірімен байланысқан екі индуктивті катушканы қарастырайық: бірінші жағдайда - тізбектей жалғанған, ал екінші жағдайда - параллель жалғанған.



10.8– сурет. Тізбектей жалғанған индуктивті-байланысқан тізбек

1. 8-суретте көрсетілген тізбек бөлігіндегі кернеу келесідей анықталады

$$u = u_{R1} + u_{L1} + u_{12} + u_{21} + u_{L2} + u_{R2}, \quad (16)$$

мұндағы

$$\begin{aligned} u_{R1} &= iR_1, \quad u_{L1} = L_1 \frac{di}{dt}, \quad u_{12} = M_{12} \frac{di}{dt}, \\ u_{R2} &= iR_2, \quad u_{L2} = L_2 \frac{di}{dt}, \quad u_{21} = M_{21} \frac{di}{dt}. \end{aligned} \quad (17)$$

Сызықты тізбектерде өзара индуктивтілігі токтардың мәндері мен бағыттарына тәуелді болмайды, тек индуктивті катушканың конструкциясы мен өзара орналасуымен байланысты болады. Демек, бірдей конструкциясы болатын индуктивті катушкалар үшін: $M_{12} = M_{21} = M$.

(17) формуланы (16) қоя отырып, аламыз

$$u = i(R_1 + R_2) + \frac{di}{dt}(L_1 + L_2 \pm 2M). \quad (18)$$

Сонда эквивалентті шамалар

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2, \quad L_{\text{экв}} = L_1 + L_2 \pm 2M. \quad (19)$$

(16) екінші теңдеуінде, индуктивті катушкаларды келісілген қосылу жағдайында, үшінші құраушысының алдына «+» таңбасы, ал қарсы қосылу кезінде - «-» таңбасы қойылады.

Егер қосылған кернеу кейбір гармоникалық заңдылығы бойынша өзгертін болса, онда (16) және (17) теңдеулері комплекстік түріне айналады

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{12} + \dot{U}_{21} + \dot{U}_{L2} + \dot{U}_{R2}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{R1} &= iR_1, \quad \dot{U}_{L1} = \dot{I} \cdot j\omega L_1, \quad \dot{U}_{12} = \dot{I} \cdot j\omega M, \\ \dot{U}_{R2} &= iR_2, \quad \dot{U}_{L2} = \dot{I} \cdot j\omega L_2, \quad \dot{U}_{21} = \dot{I} \cdot j\omega M, \end{aligned} \quad (21)$$

мұндағы

$$\dot{X}_{L1} = j\omega L_1, \quad \dot{X}_{L2} = j\omega L_2 \quad \text{және} \quad \dot{Z}_M = j\omega M. \quad (22)$$

(21) формуласын (20) қоя отырып

$$\dot{U} = \dot{I}[(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)], \quad (23)$$

сонда

$$\dot{Z} = (R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M) = R_{\text{экв}} + j\omega L_{\text{экв}} = R_{\text{экв}} + jX_{\text{экв}}. \quad (24)$$

Өзара индуктивтілікті тәжірибе түрінде анықтаса да болады. Ол үшін катушкалардың келісілген және қарсы қосылу кездерінде эквивалентті индуктивтілігін өлшеу керек, кейіннен мына формуланы қолдану қажет

$$L_{\text{келісілген}} = L_1 + L_2 + 2M, \quad L_{\text{қарсы}} = L_1 + L_2 - 2M,$$

Өзара индуктивтілікті келесідей анықтайды

$$M = \frac{L_{\text{келісілген}} - L_{\text{қарсы}}}{4}. \quad (25)$$

2. Кирхгоф заңдарын қолдана отырып, 9-суретте көрсетілген тізбектің электрмагнитті күйін бейнелейтін теңдеулер жүйесін аламыз

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \\ \dot{U} = \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_2 \dot{Z}_M, \\ \dot{U} = \dot{I}_2 \dot{Z}_2 + \dot{I}_1 \dot{Z}_M. \end{cases} \quad (26)$$

Мұндағы

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = R_1 + j\omega L_1,$$

$$\dot{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = R_2 + j\omega L_2,$$

$$\dot{Z}_M = j\omega M.$$

Тізбектің параллель тармақтарындағы токтар

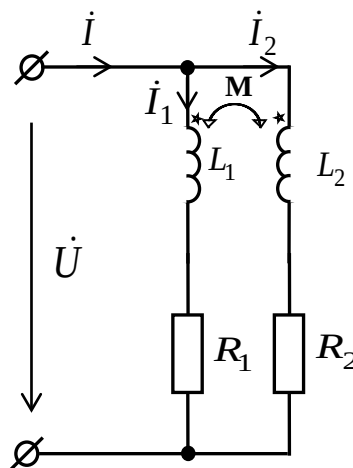
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_M)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 - \dot{Z}_M^2}, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_M)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 - \dot{Z}_M^2}, \quad (27)$$

Сонда толық ток

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 - \dot{Z}_M^2}(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 - 2\dot{Z}_M). \quad (28)$$

Осыдан тізбектің жалпы комплекстік кедергісі

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 - \dot{Z}_M^2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 - 2\dot{Z}_M}. \quad (29)$$



9-сурет. Параллель жалғанған индуктивті-байланысқан тізбек

Эквивалентті индуктивтілікті анықтау үшін, тізбекте энергия шығындары жоқ деп санайық, яғни $R_1 = R_2 = 0$, сонда комплекстік кедергілер үшін формулаларын қойсақ, келесі теңдеуді аламыз

$$L_{\text{экв}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}. \quad (30)$$

Индуктивті катушкаларды келісімді жалғаған кезде (30) теңдеуінде «-» таңбасы, ал қарсы жалғағанда - «+» таңбасы қойылады.

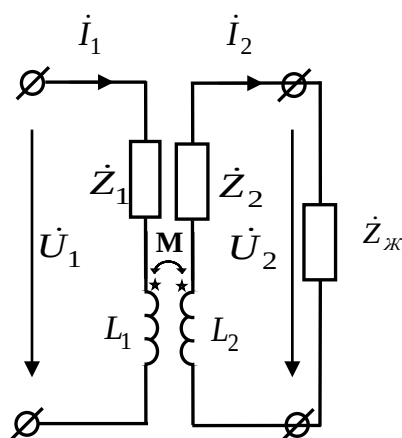
3. Индуктивті-байланысқан контурлар: трансформаторлы байланыс

Индуктивті-байланысқан контурларды қарастырайық. Оның мысалы ретінде – **трансформаторларды** алуға болады (10- сурет).

Трансформатор деп екі немесе одан да көп индуктивті-байланысқан катушкалардан тұратын және электрмагнит индукциясының көмегімен жиілікті өзгертпей, бір түрден екінші түрге айнымалы токтың кернеуін түрлендіру үшін қолданылатын статикалық электрмагнитті құрылғыларды атаймыз.

Трансформатордағы токтарды анықтау үшін келесі есептеу әдістері қолданылады:

1. Кирхгоф заңдарын қолдану арқылы әдіс;
2. Енгізілген кедергілер мен индуктивтіліктер арқылы есептеу әдісі;
3. Орын басу схемалар арқылы әдіс.



10-сурет. Ауа трансформаторы

1. Индуктивті-байланысқан контурлар үшін (10-сурет) Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрастырылған теңдеулер:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 \dot{Z}_{11} - \dot{I}_2 \dot{Z}_M, \\ 0 = \dot{I}_2 \dot{Z}_{22} - \dot{I}_1 \dot{Z}_M. \end{cases} \quad (31)$$

Мұндағы

$$\dot{Z}_{11} = \dot{Z}_1 + j\omega L_1 = \dot{Z}_1 + jx_1 = R_{11} + jx'_{11} + jx_1 = R_{11} + jx_{11},$$

$$\dot{Z}_{22} = \dot{Z}_2 + j\omega L_2 + \dot{Z}_K = \dot{Z}_2 + jx_2 + \dot{Z}_K = R_{22} + jx'_{22} + jx_2 + R_K + jx_K = R_{22} + jx_{22},$$

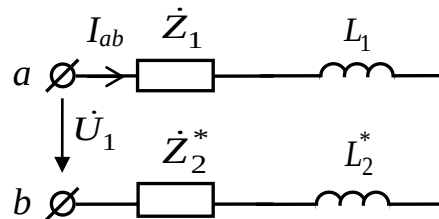
$$\dot{Z}_M = j\omega M = jx_M.$$

(31) теңдеулер жүйесінен трансформатор контурларындағы токтарды анықтауға болады

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 \dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{11} \dot{Z}_{22} - \dot{Z}_M^2}, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 \dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{11} \dot{Z}_{22} - \dot{Z}_M^2}. \quad (32)$$

Бұл әдіс құрылымы бойынша қарапайым трансформаторлар үшін тоқты есептеуге қолайлы. Мысалы, ауа трансформаторлары үшін. Күрделі магнитті құрылғылар үшін Кирхгоф заңдарынан құралған теңдеулер жүйесі шешуге қиын түріне ие болады.

2. Енгізілген шамалардың көмегімен трансформаторлардың жұмысын есептеуге болады. Бұл әдіс екіконтурлы схеманы бірконтурлы схемаға түрлендіру арқылы жасалады (11 сурет). Бұл жағдайда екі индуктивті катушка бірконтурлы схемада байланыспаған түрінде қарастырылады.



11-сурет. Трансформатордың бірконтурлы схемасы

Бірконтурлы схема үшін кернеудің теңдеуі

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 (\dot{Z}_{11} + \dot{Z}_{22}^*), \quad (33)$$

мұндағы $\dot{Z}_{22}^* = \dot{Z}_2^* + j\omega L_2^* = R_2^* + jx_2^*$ - енгізілген комплекстік кедергі.

Енгізілген шамаларды анықтау үшін (32) бірінші теңдеуін келесідегідей түрлендіреміз

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_{11} - \dot{Z}_M^2 / \dot{Z}_{22}}. \quad (34)$$

(33) теңдеуінен аламыз

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_{11} - \dot{Z}_{22}^*}. \quad (35)$$

(34) және (35) салыстыру арқылы енгізілген комплекстік кедергіні анықтаймыз

$$\dot{Z}_{22}^* = -\dot{Z}_M^2 / \dot{Z}_{22}. \quad (36)$$

(36) теңдеуін түрлендіру арқылы

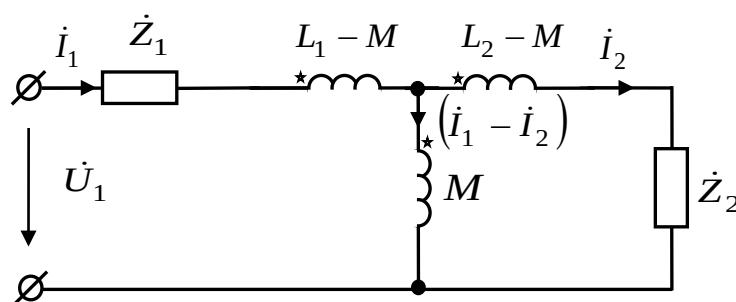
$$R_2^* = -\frac{\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + x_{22}^2} R_{22} = \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}^2} R_{22}; \quad (37)$$

$$x_2^* = -\frac{\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + x_{22}^2} x_{22} = \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}^2} x_{22}. \quad (38)$$

(37) формуланы - екінші контурдағы қуаттардың теңдігі шартынан анықтауға болады.

Берілген теңдеулерді (35) қоя отырып, трансформатордың бірконтурлы схемасындағы токты анықтауға болады. Физикалық тұрғыдан қарастырғанда, енгізілген кедергі - i_2 жүктеме тоғының i_1 тоғына әсерін ескереді және бірінші ораммен тізбектей жалғанған кедергіге сәйкес келеді.

3. 10-суретте көрсетілген трансформатор үшін (жүктеме кедергіні есепке алмағанда) сәйкес келетін орын басу схемасы 12-суретте көрсетілген.



12- сурет. Ауа трансформаторының Т-тәріздес орын басу схемасы

Берілген Т-тәріздес схема үшін Кирхгоф заңдары бойынша құрылған (31) теңдеулер жүйесін алуға болады. Бұл орын басу схемасы трансформатор контурларындағы токты есептеуге мүмкіндік береді.

Бақылау сұрақтары

1. Байланысқан контурларға анықтама беріңіз.
2. Негізгі байланыс түрлерін сипаттап беріңіз
3. Индуктивті-байланысқан элементтердің тізбектей және параллельді жалғануы кезіндегі эквивалентті шамаларын анықтау формулаларын жазыңыз.
4. Трансформаторлы байланыс түрін сипаттап беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазина, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.
2. Н.Ш. Алимгазина, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.
3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов.–8-е изд., перераб. –М., 2020 -528 с.

4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. –7-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 2015. –528 с.